

**UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO - ESCOLA POLITÉCNICA**  
**DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA**

**ESTUDO DE SISTEMAS DE DIREÇÃO PARA VEÍCULOS**

Trabalho de formatura apresentado à Escola  
Politécnica da Universidade de São Paulo para  
obtenção do título de Graduação em  
Engenharia

Carlos Henrique Corteline

Orientador: Roberto Spínola Barbosa

Área de Concentração:

Engenharia Mecânica

São Paulo

2005

*Carlos Henrique Corteline  
Roberto Spínola Barbosa  
15/12/2005*

**UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO - ESCOLA POLITÉCNICA  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA**

**ESTUDO DE SISTEMAS DE DIREÇÃO PARA VEÍCULOS**

Carlos Henrique Corteline

São Paulo

2005

TF\_05  
C 818 e

**DEDALUS - Acervo - EPMN**



31600011166

**FICHA CATALOGRÁFICA**

**Corteline, Carlos Henrique**

**Estudo de sistemas de direção para veículos / C.H. Corteline.**

**-- São Paulo, 2005.**

**34 p.**

**Trabalho de Formatura - Escola Politécnica da Universidade  
de São Paulo. Departamento de Engenharia Mecânica.**

**1.Direção veicular (Sistemas) 2.Dinâmica I.Universidade  
de São Paulo. Escola Politécnica. Departamento de Engenharia  
Mecânica II.t.**

**À toda minha família.**

**“Nem sempre três pontos  
definem um plano estável”.**

## **AGRADECIMENTOS**

A toda minha família que sempre esteve presente durante todo meu trabalho, em todas as vitórias alcançadas e desafios enfrentados. Sempre me ajudando sem esperar nada em troca.

Ao professor Dr. Roberto Spinola Barbosa por ter me orientado, guiado e principalmente ajudado a definir objetivos alcançáveis nesses últimos anos.

Ao professor Dr. Edilson Hiroshi Tamai que acompanhou toda minha passagem pela engenharia mecânica.

E de modo geral a todos os integrantes da Escola Politécnica que de alguma forma ajudaram.

## **RESUMO**

O presente trabalho é um estudo sobre a modelagem de dinâmica horizontal para veículos. É feito um levantamento dos fatores a serem analisados em um projeto de sistema de direção para um veículo. São estudadas as formas de interação entre o pneu e o solo, e as relações entre propriedades geométricas do veículo e seu desempenho.

## **ABSTRACT**

This work is a review about the horizontal vehicle dynamics modeling. It was made a list of the factors to be analyzed on the design of a vehicle. It is studied the mechanics of force generation between the ground and the tires and the influence of the geometric properties of the vehicle on its performance.

## **SUMÁRIO**

<b>1</b>	<b>Introdução.....</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Interação do Veículo com o Solo.....</b>	<b>3</b>
<b>3</b>	<b>O Pneu .....</b>	<b>5</b>
<b>4</b>	<b>Comportamento dinâmico.....</b>	<b>6</b>
<b>5</b>	<b>O Sistema de Direção .....</b>	<b>11</b>
<b>6</b>	<b>Desenvolvimento de modelos.....</b>	<b>12</b>
<b>7</b>	<b>Avaliação dos Parâmetros .....</b>	<b>20</b>
<b>8</b>	<b>Conclusões.....</b>	<b>33</b>
<b>9</b>	<b>Sugestões para Próximos trabalhos.....</b>	<b>33</b>
<b>10</b>	<b>Bibliografia .....</b>	<b>34</b>

## **LISTA DE FIGURAS**

Figura 1 - Distorção do Pneu .....	4
Figura 2 - Tipos de Esterçamento .....	6
Figura 3 – Escorregamento para Sub Esterçamento .....	7
Figura 4 - Escorregamentos para Sobre Esterçamento .....	8
Figura 5 - Modelo de Bicicleta.....	13
Figura 6 - Modelo de Bicicleta - Vista Lateral .....	15
Figura 7 - Diagrama de Blocos do Modelo de Bicicleta.....	19
Figura 8 - Esterçamento e Escorregamentos para os Parâmetros Base.....	21
Figura 9 - Deslocamento do Centro de Massa para os Parâmetros Base .....	21
Figura 10 – Comparativo para a variação da Massa .....	23
Figura 11 - Variação do Momento de Inércia .....	24
Figura 12 - Variação da Rigidez de Escorregamento do Pneu Dianteiro.....	25
Figura 13 - Variação da Rigidez de Escorregamento do Pneu Traseiro .....	27
Figura 14 – Variação a da Posição do CG .....	28
Figura 15 – Variação do Comprimento.....	29
Figura 16 – Variação da Velocidade – Sub Esterçado .....	31
Figura 17 – Variação da Velocidade – Sobre Esterçado .....	32

## **LISTA DE TABELAS**

Tabela 1 - Esterçamento pela relação de escorregamentos .....	6
Tabela 2 - Parâmetros de Base .....	20
Tabela 3 -Variação da Massa .....	22
Tabela 4 –Variação do Momento de Inércia .....	23
Tabela 5 –Variação da Rigidez de Escorregamento Dianteira.....	25
Tabela 6 –Variação da Rigidez de Escorregamento Traseira .....	26
Tabela 7 –Variação dos Comprimentos e da Posição do Centro de Gravidade... .	28
Tabela 8 –Variação da Velocidade Longitudinal .....	30

# 1 INTRODUÇÃO

## 1.1 Motivação

O estudo da dinâmica horizontal veicular (DHV) é ao mesmo tempo desafiante, dado o grande número de fatores que a influenciam, e gratificante pela gama diversificada de aplicações no qual o estudo pode ser aplicado.

A motivação inicial desse trabalho se deu pela dificuldade que existe no início do estudo dessa dinâmica. Existe uma vasta literatura, porém de todo material encontrado a dificuldade não é progressiva, há um grande salto de dificuldade.

O que se encontra são ou textos muito informativos, onde o objetivo é apenas passar a nomenclatura utilizada na área, subtraindo parte do rigor técnico, ou textos extremamente técnicos, onde são apresentados casos específicos onde é necessário um profundo conhecimento da área para seu entendimento.

Existe então uma grande deficiência em textos entre essas duas categorias, ou seja, textos para leitores que já tenham alguma noção dessa dinâmica, porém ainda não estão suficientemente preparados para os textos mais técnicos.

Esse texto é o ideal para alunos de engenharia que têm um conhecimento da mecânica clássica, e das matérias básicas do curso de engenharia. Esses alunos poderão identificar os conhecimentos fundamentados nos primeiros anos do curso sendo aplicados em casos reais.

Desse desenvolvimento são obtidas ferramentas suficientes para a previsão de comportamento de veículos tanto de passeio quanto de competição. Um caso de interesse específico para estudantes é o uso em competições estudantis como as de “FORMULA” e as de “Mini Baja”.

## 1.2 Desafios

A dinâmica horizontal veicular (DHV) é extremamente complexa, são diversos os fatores que a influenciam. Umas das possíveis abordagens existentes para problemas complexos e a simplificação do problema por meio de modelos que sejam inteligíveis e ainda representativos do problema real.

Como todo problema real, o estudo deve ser focado, restringindo-o ao mínimo de variáveis possível para o problema a ser solucionado. Se uma análise desse tipo não for feita inicialmente pode-se desperdiçar trabalho em detalhes que pouco irão contribuir para a solução do problema abordado.

O presente trabalho, seguindo essa idéia, tem como objetivo o esclarecimento das variáveis de influência no projeto do sistema de direção para veículos automotores. É focado em veículos que têm pneus como elemento de interação do veículo com o meio.

## 2 INTERAÇÃO DO VEÍCULO COM O SOLO

### 2.1 Desenvolvimento da Força

As forças horizontais que atuam no veículo são em sua maior parte relativa às forças de contato entre o pneu e o solo, temos também as aerodinâmicas, essas normalmente de menor importância nesse tipo de estudo. Então um entendimento da interação entre os pneus e o solo é de extrema importância para o entendimento do comportamento de veículo.

### 2.2 Modelo de Contato

As forças no pneu são resultantes das forças de cisalhamento geradas na área de contato dele com o solo.

Existem dois mecanismos principais de responsáveis pelas forças de contato entre o solo e o pneu: a histerese e a adesão. A parcela de histerese representa o mecanismo de perda de energia da borracha enquanto ela deforma nos escorregamento com o solo. A parcela de adesão é resultado das forças intermoleculares entre a borracha e solo. As duas, entre outros fatores, são dependentes da quantidade de escorregamento entre o pneu e o solo.

### 2.3 Escorregamento

Quando o pneu girando é submetido a uma força lateral ele responderá com uma força contrária devido às forças de atrito resistindo esse movimento. Devido à elasticidade de seu material, haverá uma distorção na região de contato do pneu com o solo, como mostrado na Figura 1, assim há a formação de um ângulo entre a direção do movimento e o eixo central do pneu. Esse ângulo será chamado a partir de agora como ângulo de escorregamento, do inglês "slip angle", essa grandeza é a mais utilizada como parâmetro para a avaliação das forças de contato do pneu com o solo, sendo essas forças representadas como uma função do ângulo de escorregamento.

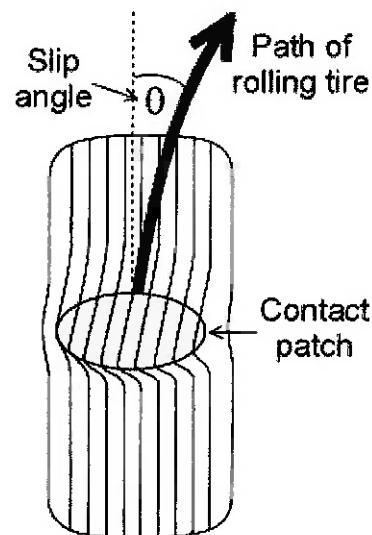


Figura 1 - Distorção do Pneu

Esse mecanismo de geração de força não é instantâneo, pois há um tempo para haver a deformação do pneu e promover a reação, esse tempo é diretamente proporcional à velocidade de rotação do pneu. Com o tempo de meia rotação a força lateral já é bem próxima da que será desenvolvida em regime permanente.

### 3 O PNEU

Segundo Gillespie<sup>1</sup>, os pneus atendem essencialmente a três funções:

- Suportar o carregamento vertical
- Desenvolver as forças longitudinais de aceleração e frenagem
- Desenvolver as forças laterais para as curvas.

Todas essenciais para o bom funcionamento do veículo. Por outro lado, esse elemento apresenta uma forma toroidal e um comportamento visco-elástico, altamente não lineares e de difícil modelagem. Então para um estudo foram desenvolvidos diversos modelos simplificados para o estudo de seu comportamento.

---

<sup>1</sup> Fundamentals of Vehicle Dynamics, bibliografia [3]

## 4 COMPORTAMENTO DINÂMICO

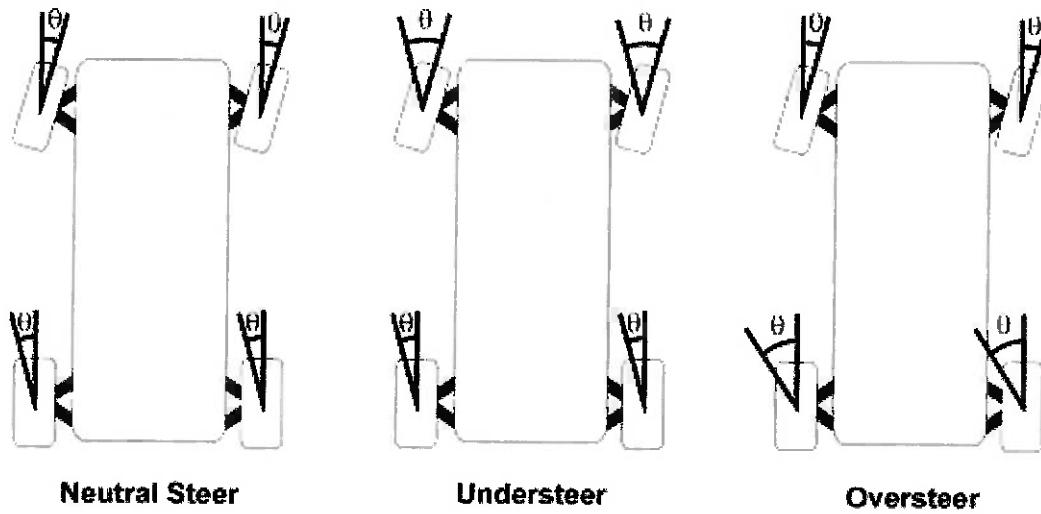
### 4.1 Conceito de Esterçamento

Uma característica física importante que define o comportamento dinâmico de um veículo é a da posição de esterçamento, essa pode ser verificada pelos ângulos de escorregamento frontais ( $\alpha_f$ ) e traseiros ( $\alpha_t$ ).

**Tabela 1 - Esterçamento pela relação de escorregamentos**

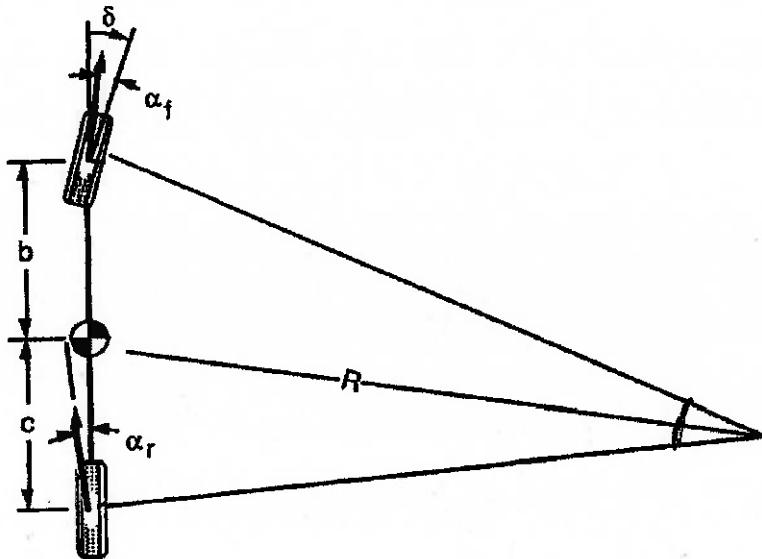
Sobesterçamento	$\alpha_f > \alpha_t$
Sobreesterçamento	$\alpha_f < \alpha_t$
Esterçamento Neutro	$\alpha_f = \alpha_t$

Para ângulos de escorregamentos iguais dizemos que o veículo está com esterçamento neutro, neutral steer, para escorregamentos maiores na frente dizemos que o veículo está com sobesterçamento, do inglês oversteer, e para veículos com ângulos de escorregamento maiores traseira dizemos que ele está com sobreesterçamento.



**Figura 2 - Tipos de Esterçamento**

## 4.2 Sub Esterçamento



**Figura 3 – Escorregamento para Sub Esterçamento**

O sub esterçamento ocorre quando o conjunto de rodas dianteiro tem menos capacidade que o conjunto traseiro de desenvolver forças. Para que se mantenha o equilíbrio do sistema é necessário então que o conjunto dianteiro desenvolva maiores ângulos de escorregamento.

Na condição limite, onde o veículo perde o controle, o conjunto dianteiro perde aderência e o veículo entra em uma trajetória tangencial a imediatamente anterior à perda de contato. O comportamento do veículo dá a impressão de que existe uma força puxando – o para seguir aquela trajetória.

Como podemos ver na Figura 3 o centro de rotação é mais próximo da região traseira, pela necessidade de maiores escorregamentos na região dianteira.

Esse tipo de configuração trás para o veículo duas características importantes: a primeira é que o sistema é estável, sempre que se cessam as forças ele volta para condição de equilíbrio, a segunda é que o sistema apresenta uma resposta mais lenta para manobras.

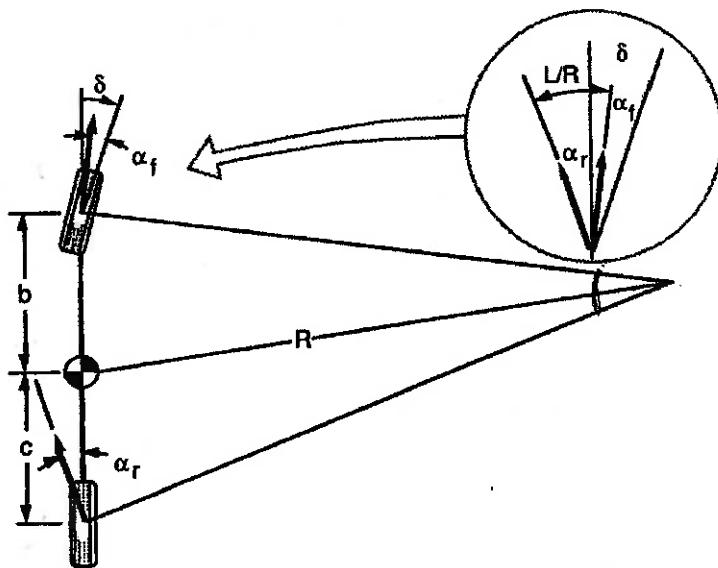
A segunda característica pode ser uma qualidade ou defeito, dependendo do objetivo de desempenho do veículo.

### 4.3 Esterçamento Neutro

Essa é a condição onde os conjuntos dianteiro e traseiro apresentam as mesmas condições de desenvolvimento de força. Nessa configuração é que é possível se obter o maior desempenho em curva.

Quando o veículo está com esterçamento neutro, os ângulos de escorregamento dianteiros e traseiros são equivalentes e a condição limite, onde se perde o controle, todas as rodas perdem a aderência no mesmo momento.

### 4.4 Sobre Esterçamento



**Figura 4 - Escorregamentos para Sobre Esterçamento**

Na condição de sobre esterçamento, ao contrário do sub esterçamento, o conjunto traseiro é que menos capaz de desenvolver forças laterais. Como podemos ver na Figura 4, o conjunto traseiro apresenta um maior escorregamento levando o centro de rotação para mais próximo da conjunto dianteiro.

Na condição limite a perda de aderência ocorre na roda traseira, dessa forma o veículo gira sobre o conjunto dianteiro.

Nessa condição o veículo tem um comportamento de como se estivesse sendo empurrado. Há também uma velocidade a partir da qual o sistema fica instável.

Também o sistema sobre esterçado apresenta respostas mais rápidas que o sub esterçado, mas uma vez essa característica pode ser um fator positivo ou negativo, dependendo dos objetivos de projeto.

## **4.5 Situação Ideal**

Conforme foi citado anteriormente não existe uma condição ideal absoluta em relação ao esterçamento. Existe sim, melhor condição para se atingir um determinado objetivo. Os casos mais evidentes na literatura são os para veículos de passeio e de competição.

### **4.5.1 Passeio**

O objetivo principal para veículos de passeio é a segurança. Dessa forma um sistema sub esterçado é o mais adequado.

A maioria dos veículos de passeio apresenta essa configuração, pois em situação de falha o veículo mantém uma trajetória retilínea, sem girar. Outra característica a favor para esse objetivo é a resposta do sistema ser mais lenta, como todo tipo de motorista pode controlar veículos de passeio, é ideal que o tempo de resposta do sistema seja o mais lento possível para atingir todo tipo de reflexo dos motoristas.

### **4.5.2 Competição**

Em veículos de competição o objetivo principal é o desempenho em curva e respostas rápidas aos comandos.

Assim a melhor configuração é a de veículos com esterçamento neutro. Essa configuração pode ser utilizada, pois os pilotos apresentam um reflexo mais rápido que motoristas convencionais e dedicam toda a atenção para a guiar o veículo.

Segundo Milliken<sup>2</sup> em carros de competição as configurações mais usuais são de esterçamento neutro ou levemente sobre esterçado. A configuração de levemente sobre esterçado proporciona uma resposta mais rápida do veículo, condição mais adequada para manobras.

---

<sup>2</sup> Referência [1]

## 5 O SISTEMA DE DIREÇÃO

### 5.1 Finalidade do Sistema

O sistema de direção tem a finalidade de proporcionar o controle da direção do veículo, no caso dos automotores, em geral, há uma alteração na direção das rodas dianteiras que provocam a mudança de estado de equilíbrio e consequentemente mudando a direção do movimento.

Um bom projeto de sistema de direção não se limita ao desenvolvimento do mecanismo que transmitirá a rotação de um volante para as rodas, o sistema de direção propriamente dito. Deve-se levar em consideração a resposta do carro como um todo quanto à atuação no veículo. Para isso temos que nos aprofundar no estudo das forças que fazem o veículo mudar de direção. Para o caso de veículos automotores essas forças são majoritariamente as forças de contato entre o veículo e o solo.

## 6 DESENVOLVIMENTO DE MODELOS

Existem diversos modelos para avaliação de dinâmica veicular, muitos deles não publicados, pertencentes a empresas automotivas ou a centros de pesquisa. Eles variam sempre quanto aos graus de liberdade envolvidos e o nível de representação de componentes do chassi, suspensão, pneus, sistemas de freios, etc. Então a escolha do modelo ideal depende muito de suas necessidades.

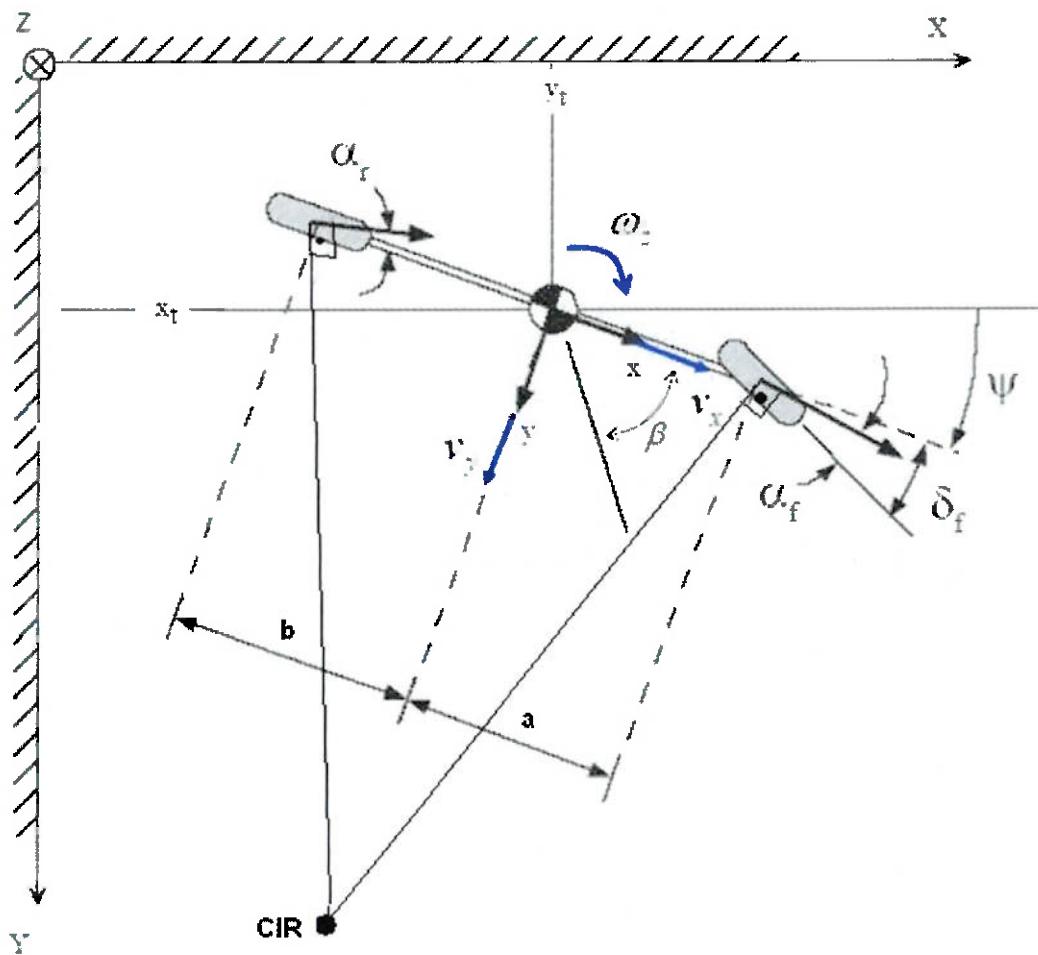
A análise da dinâmica veicular é muito complexa e até a popularização do computador tudo era feito por métodos empíricos ou por modelos simplificados a ponto de se poderem integrar as equações diferenciais do movimento, um dos mais usados por esse método é o de bicicleta.

### 6.1 Modelo de Bicicleta

#### 6.1.1 Principais Características

Pela sua simplicidade esse é o modelo mais utilizado para os primeiros estudos da dinâmica horizontal, a simplificação do modelo consiste em reduzir o veículo à aparência de uma bicicleta, fazendo a bitola do veículo zero. Além dessa hipótese ainda é usual adotar-se:

- Inexistência de transferência de peso longitudinal;
- Inexistência de transferência de peso lateral;
- Rolagem nula;
- Mergulho nulo;
- Velocidade longitudinal constante;
- Nenhum efeito de carregamento na suspensão ou chassis;
- Rotação dos pneus dentro da região linear, pequenos deslocamentos



**Figura 5 - Modelo de Bicicleta**

### 6.1.2 Desenvolvimento Matemático

Partido da mecânica clássica newtoniana pode-se aplicar o TMB (Teorema do Movimento do Baricentro) para o centro de massa G, no referencial solidário ao veículo, temos então:

$$\sum \vec{F} = m(\vec{a}_G + \vec{r} \wedge \vec{v}_G) \quad (1)$$

Como o referencial não é inercial, se faz necessário evidenciar o termo da aceleração de Coriolis. Esse termo é muito pequeno para o caso estudado, mas como no modelo estudado ainda não se têm problemas computacionais o termo será considerado. Desenvolvendo a equação 1 obtemos as seguintes apresentações:

$$\vec{F}_T + \vec{F}_F = m[\vec{a}_G + r\hat{k} \wedge (u\hat{i} + v\hat{j})] \quad (2)$$

$$F_T + F_F(-\sin \delta \hat{i} + \cos \delta \hat{j}) = m.[(\dot{u} - v.r)\hat{i} + (\dot{v} + u.r)\hat{j}] \quad (3)$$

Separando nas componentes normais solidárias ao veículo, longitudinal (i) e transversal (j), temos:

$$i : \dot{u} = v.r - \frac{F_F}{m} \cdot \sin \delta \quad (4)$$

$$j : \dot{v} = \frac{F_T}{m} + \frac{F_F}{m} \cdot \cos \delta - u.r \quad (5)$$

A outra equação para a análise do movimento pode ser obtida a partir do TMA (Teorema do Momento Angular), para o baricentro G, temos então:

$$\sum \vec{M}_G = \frac{d}{dt}(I_0 \vec{r}) \quad (6)$$

Como para o caso estudado a matriz de inércia é solidária ao veículo podemos simplificar, então:

$$\sum \vec{M}_G = I_0 \cdot \dot{\vec{r}} \cdot \hat{k} \quad (7)$$

Considerando os momentos externos apenas como referentes às forças provenientes dos pneus temos:

$$\vec{F}_T(B-G) + \vec{F}_F \wedge (A-G) = I_0 \dot{\vec{r}} \quad (8)$$

$$F_T \cdot \hat{j} \wedge (-b) \cdot \hat{i} + F_F(-\sin \delta \cdot \hat{i} + \cos \delta \cdot \hat{j}) \wedge a \cdot \hat{i} = I_0 \cdot \dot{\vec{r}} \cdot \hat{k} \quad (9)$$

Fazendo as multiplicações vetoriais e simplificando temos:

$$F_T \cdot \hat{j} \wedge (-b) \cdot \hat{i} + F_F(-\sin \delta \cdot \hat{i} + \cos \delta \cdot \hat{j}) \wedge a \cdot \hat{i} = I_0 \cdot \dot{\vec{r}} \cdot \hat{k} \quad (10)$$

Das multiplicações vetoriais teremos apenas componentes na direção do eixo “z”.

Simplificando temos:

$$\dot{r} = \frac{F_F}{I_0} \cdot a \cdot \cos \delta - \frac{F_T}{I_0} \cdot b \quad (11)$$

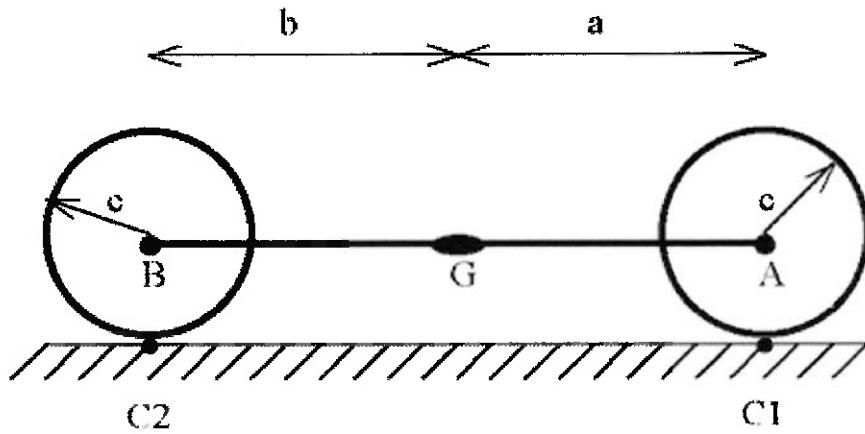
### 6.1.3 Forças de Contato

Primeira aproximação para as forças de contato

$$F_T = K_T \alpha_T \quad (12)$$

$$F_F = K_F \alpha_F \quad (13)$$

Onde  $\alpha_T$  e  $\alpha_F$  são os ângulos de escorregamento das rodas em relação ao solo e  $K_T$  e  $K_F$  são os coeficientes de rigidez lateral do pneu.



**Figura 6 - Modelo de Bicicleta - Vista Lateral**

#### 6.1.4 Escorregamentos

Podemos fazer as seguintes afirmações em relação às velocidades dos pontos:

$$\vec{v}_A = \vec{v}_G + \vec{r} \wedge (A - G) \quad (14)$$

Fazendo a multiplicação vetorial e decompondo nos versores solidários ao veículo, temos:

$$\vec{v}_A = u\hat{i} + (v + r.a)\hat{j} \quad (15)$$

$$\vec{v}_{C1} = \vec{v}_A + \vec{\Omega}_F \wedge (C - A) \quad (16)$$

$$\vec{v}_{C1} = \vec{v}_A + \Omega_F (\sin \delta \cdot \hat{i} - \cos \delta \cdot \hat{j}) \wedge c \cdot \hat{k} \quad (17)$$

$$\vec{v}_{C1} = (u - \Omega_F \cdot c \cdot \cos \delta) \cdot \hat{i} + (v + r.a - \Omega_F \cdot c \cdot \sin \delta) \cdot \hat{j} \quad (18)$$

Analogamente para C2, temos:

$$\vec{v}_{C2} = (u - \Omega_T \cdot c) \cdot \hat{i} + (v - r.b) \cdot \hat{j} \quad (19)$$

Normalizando as velocidades a partir da velocidade do baricentro, V, podemos definir então os escorregamentos relativos ao modelo apresentado:

$$\alpha_F = \frac{\vec{v}_{C1}}{V} = \left( \frac{u}{V} - \frac{\Omega_F \cdot c}{V} \cdot \cos \delta \right) \hat{i} + \left( \frac{v}{V} + \frac{r.a}{V} - \frac{\Omega_F \cdot c}{V} \cdot \sin \delta \right) \hat{j} \quad (20)$$

$$\alpha_T = \frac{\vec{v}_{C2}}{V} = \left( \frac{u}{V} - \frac{\Omega_T \cdot c}{V} \right) \hat{i} + \left( \frac{v}{V} - \frac{r \cdot b}{V} \right) \hat{j} \quad (21)$$

Se desprezarmos os escorregamentos relativos às acelerações e frenagens teremos:

$$\frac{\Omega_F \cdot c}{V} \cdot \cos \delta \cong 1 \quad \text{e} \quad \frac{\Omega_T \cdot c}{V} \cong 1 \quad (22)$$

Assim:

$$\alpha_F = \frac{v}{V} + \frac{a \cdot r}{V} - \sin \delta \quad (23)$$

$$\alpha_T = \frac{v}{V} - \frac{b \cdot r}{V} \quad (24)$$

### 6.1.5 Transformação de Coordenadas

Como o desenvolvimento das equações foi feito em um referencial solidário ao veículo a análise desses dados se torna um pouco dificultada. Para aumentar a inteligibilidade do modelo faremos uma transformação de coordenadas para o referencial fixo.

Com as variáveis sendo:

X, Y : Referencial Fixo;

x, y : Referencial Móvel, solidário ao veículo;

$\psi$  : Ângulo entre os referenciais;

Podemos definir as seguintes transformações

$$X = x \cdot \cos \psi - y \cdot \sin \psi \quad (25)$$

$$Y = x \cdot \sin \psi + y \cdot \cos \psi \quad (26)$$

### 6.1.6 A Simulação do Modelo de Bicicleta

Para simulação do modelo precisamos fazer a integração das equações diferenciais obtidas pela modelagem. No caso do modelo de bicicleta são para as acelerações longitudinal ( $\dot{u}$ ), lateral( $\dot{v}$ ) e para a rotacional de direcionamento ( $\dot{r}$ ), respectivamente:

$$i: \dot{u} = v.r - \frac{F_F}{m} \cdot \text{sen } \delta \quad (4)$$

$$j: \dot{v} = \frac{F_T}{m} + \frac{F_F}{m} \cdot \cos \delta - u.r \quad (5)$$

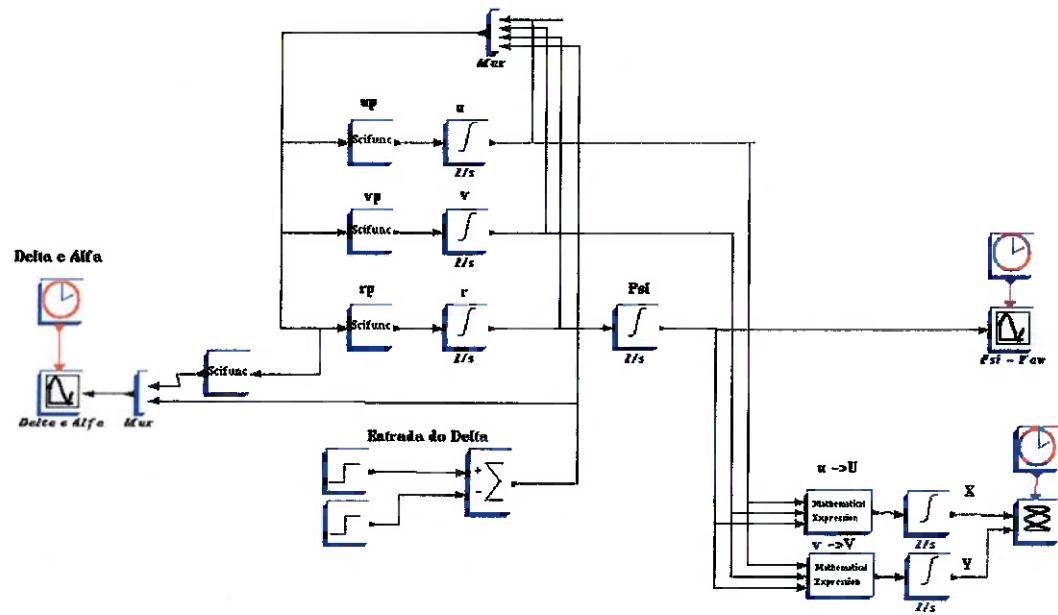
$$\dot{r} = \frac{F_F}{I_0} \cdot a \cdot \cos \delta - \frac{F_T}{I_0} \cdot b \quad (11)$$

Para a integração foi utilizado o programa de diagrama de blocos do Scilab<sup>3</sup>, SCICOS<sup>4</sup>.

---

<sup>3</sup> Software livre para cálculos matemáticos e tratamento de dados

<sup>4</sup> Programa gráfico para resolução e sistemas com diagramas de blocos, gratuito livre e parte do Scilab.



**Figura 7 - Diagrama de Blocos do Modelo de Bicicleta**

Vale lembrar que como o modelo é bidimensional, apenas duas variáveis seriam necessárias, se optou pelo uso de três com o intuito de se simplificar as análises. Com duas variáveis se diminuiriam os cálculos de integração.

## 7 AVALIAÇÃO DOS PARÂMETROS

A simulação do comportamento do veículo a partir do modelo de bicicleta pode ser feita a partir de vários métodos, um deles é a partir da integração das equações diferenciais do sistema para as condições. Aplica-se então um esterçamento ao veículo para se estimar o comportamento. Nesse trabalho o esterçamento é um degrau de 0,1 rad aplicado por meio segundo.

Para avaliar a influência de cada um dos parâmetros utilizou-se um conjunto base de parâmetros e partir desses variou-os um a um. Para cada um se adotou duas variações, uma para a metade e outra para o dobro do valor adotado na base. Dessa forma se pode encontrar como esse interfere na dinâmica do veículo. As exceções foram a posição do centro de massa com quatro simulações e a velocidade com proporções diferentes em casos para veículos sobre e sub esterçados.

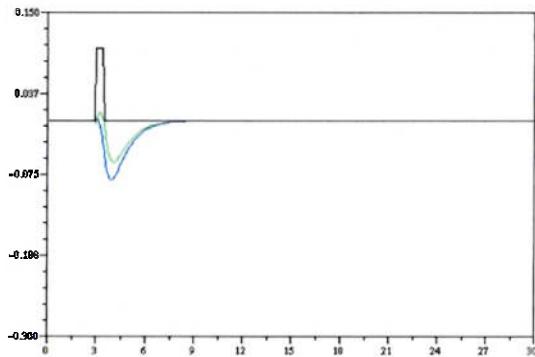
Foram avaliados os seguintes parâmetros: massa do veículo ( $m$ ), momento de inércia na direção perpendicular ao veículo ( $I_z$ ), rigidez lateral dianteira e traseira ( $K_f$  e  $K_t$ ), posição do centro de massa ( $a$  e  $b$ ) e a velocidade de deslocamento ( $V$ ).

Os parâmetros de base são os apresentados na Tabela 2.

**Tabela 2 - Parâmetros de Base**

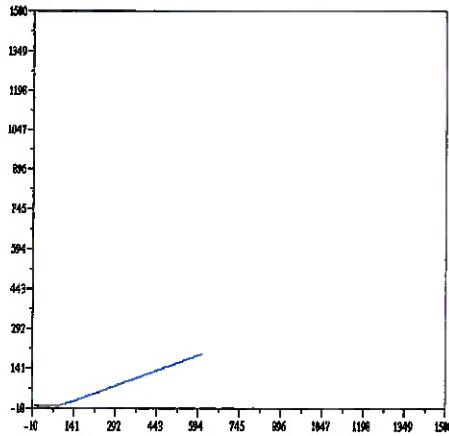
Grandezas	Valor	Unidades (SI)
$m$	1000	kg
$I_z$	5000	kg.m <sup>2</sup>
$K_t$	-28	kN/rad
$K_f$	-28	kN/rad
$a$	1,5	m
$b$	1,5	m
$V$	22	m/s

Com base nesses parâmetros obteve-se os gráficos de base para as avaliações posteriores.



**Figura 8 - Esterçamento e Escorregamentos para os Parâmetros Base**

É possível se notar na Figura 8 que o sistema, é superamortecido para essas condições, ou seja não existe oscilação para que o sistema volte para a condição de equilíbrio. Em preto temos o ângulo de esterçamento( $\delta$ ), em verde o escorregamento frontal ( $\alpha_f$ ) e em azul o escorregamento traseiro( $\alpha_r$ ).



**Figura 9 - Deslocamento do Centro de Massa para os Parâmetros Base**

Na Figura 9 é possível se analisar o deslocamento referente ao pulso no ângulo de esterçamento. Nota-se que existe uma mudança de trajetória devido ao pulso.

## 7.1 Massa do Veículo

A variação da massa do veículo foi avaliada com o modelo conforme a Tabela 3, a partir dos parâmetros de base foram feitas simulações com o metade e o dobro da massa.

**Tabela 3 -Variação da Massa**

Grandeza	Unidades (SI)	BASE	MASSA 500	MASSA 2000
m	kg	1000	500	2000
$I_0$	$\text{kg} \cdot \text{m}^2$	5000	5000	5000
$K_t$	kN/rad	-28	-28	-28
$K_f$	kN/rad	-28	-28	-28
a	m	1,5	1,5	1,5
b	m	1,5	1,5	1,5
V	m/s	22	22	22

Na Figura 10 temos os gráficos referentes às três simulações. No gráfico dos escorregamentos nota-se que há mais escorregamento na manobra quando se há mais massa no veículo. A resposta na guinada (yaw) também é influenciada, quanto maior a massa menor será a interferência no sistema, isso pode ser notado também no gráfico de posição do centro de massa.

Essa é uma resposta coerente com a lógica, quanto maior a massa maior será a inércia do sistema, mais difícil então de se mudar a condição.

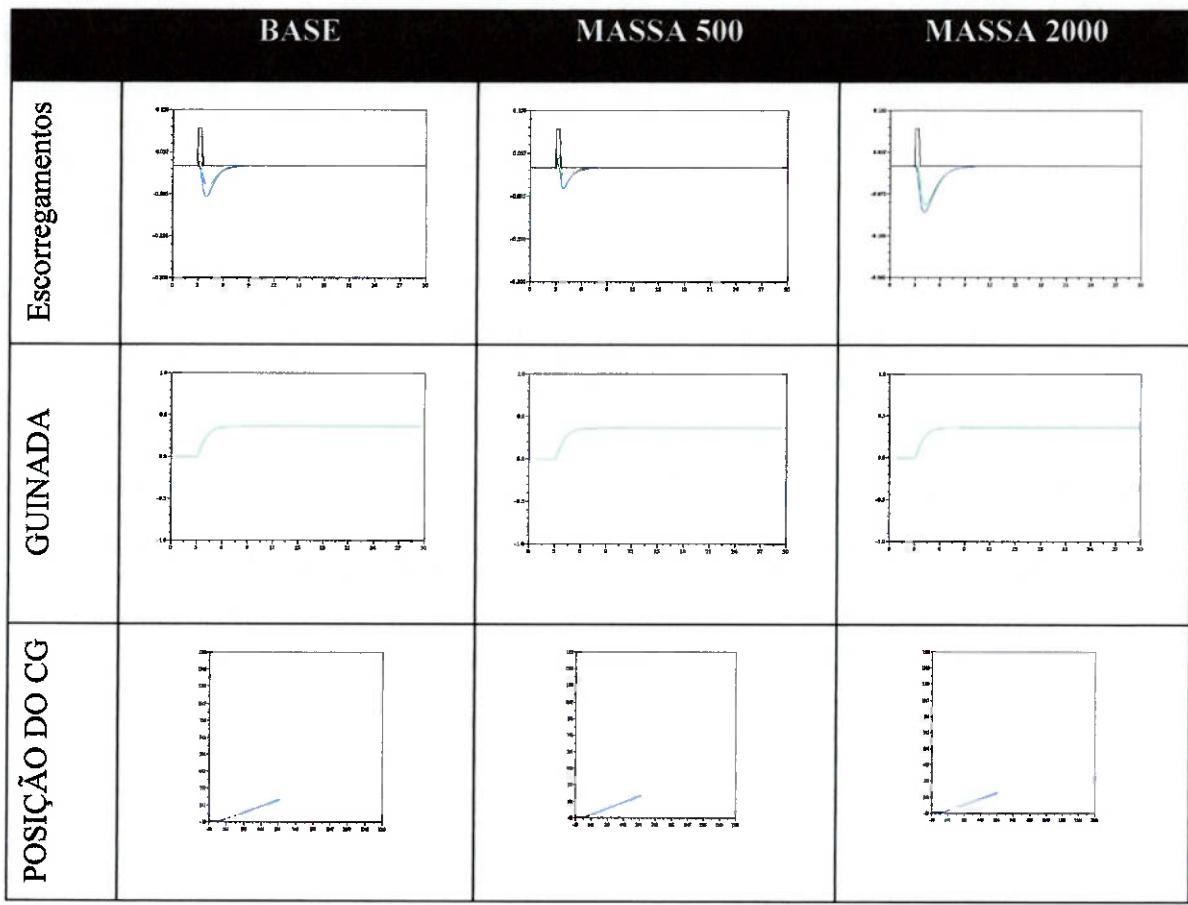


Figura 10 – Comparativo para a variação da Massa

## 7.2 Momento de Inércia ( $I_z$ )

O momento de inércia foi variado conforme a Tabela 1.

Tabela 4 –Variação do Momento de Inércia

Grandeza	Unidades (SI)	BASE	$I_z 2500$	MASSA 10000
m	kg	1000	1000	1000
$I_0$	$\text{kg} \cdot \text{m}^2$	5000	2500	10000
$K_t$	kN/rad	-28	-28	-28
$K_f$	kN/rad	-28	-28	-28
a	m	1,5	1,5	1,5
b	m	1,5	1,5	1,5
V	m/s	22	22	22

Na Figura 11 vemos que o aumento do momento de inércia aumenta o tempo de escorregamento, mas diminui o valor máximo.

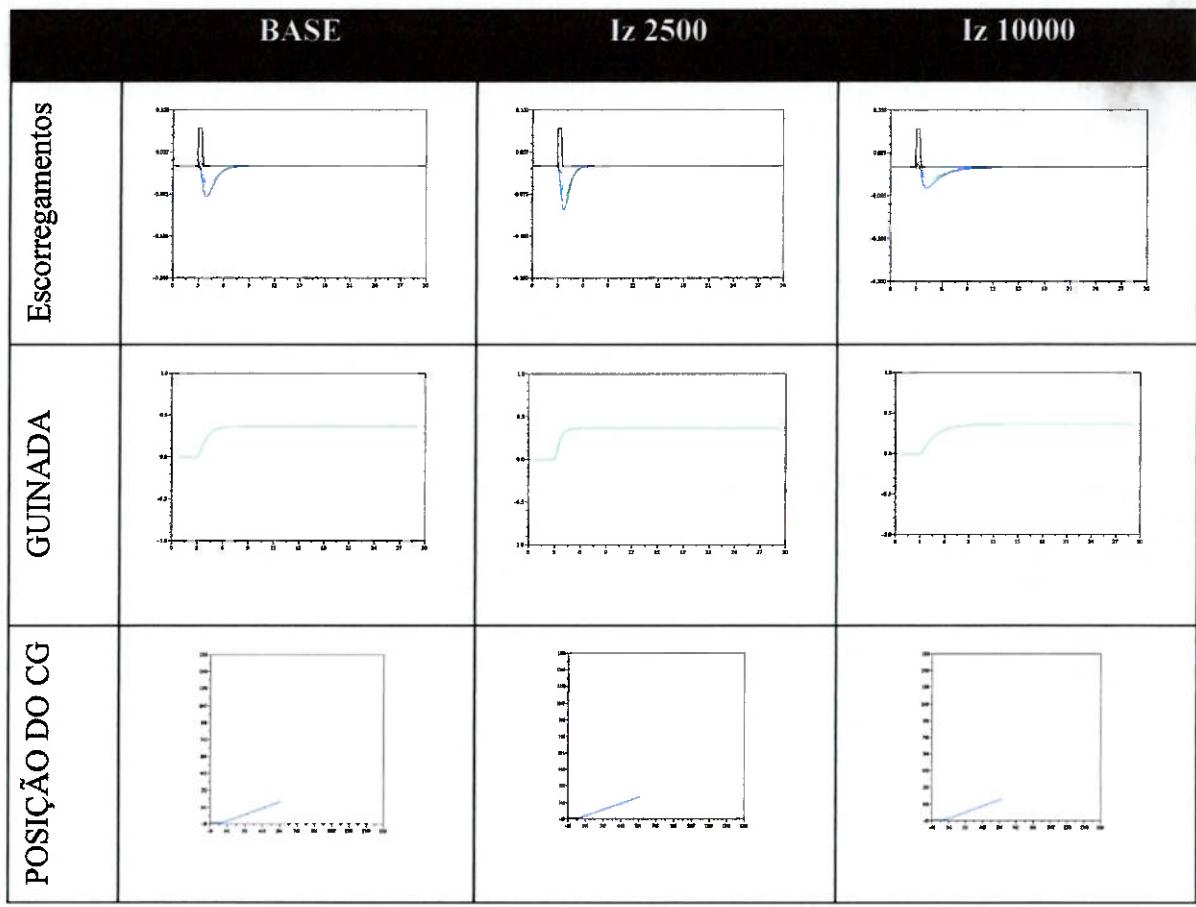


Figura 11 - Variação do Momento de Inércia

O sistema tem então uma resposta mais lenta e para uma mesma entrada apresenta menor variação na direção. A segunda afirmação pode ser visualizável nas variações de ângulos de guinada e na posição do centro de gravidade.

### 7.3 Rigidez de Escorregamento Dianteira ( $K_d$ )

A rigidez de escorregamento dianteira, assim como a traseira, é um parâmetro que requer mais cuidado em sua análise. É necessário que se tenha em mente as limitações do modelo para se poder fazer uma análise mais coerente dos resultados.

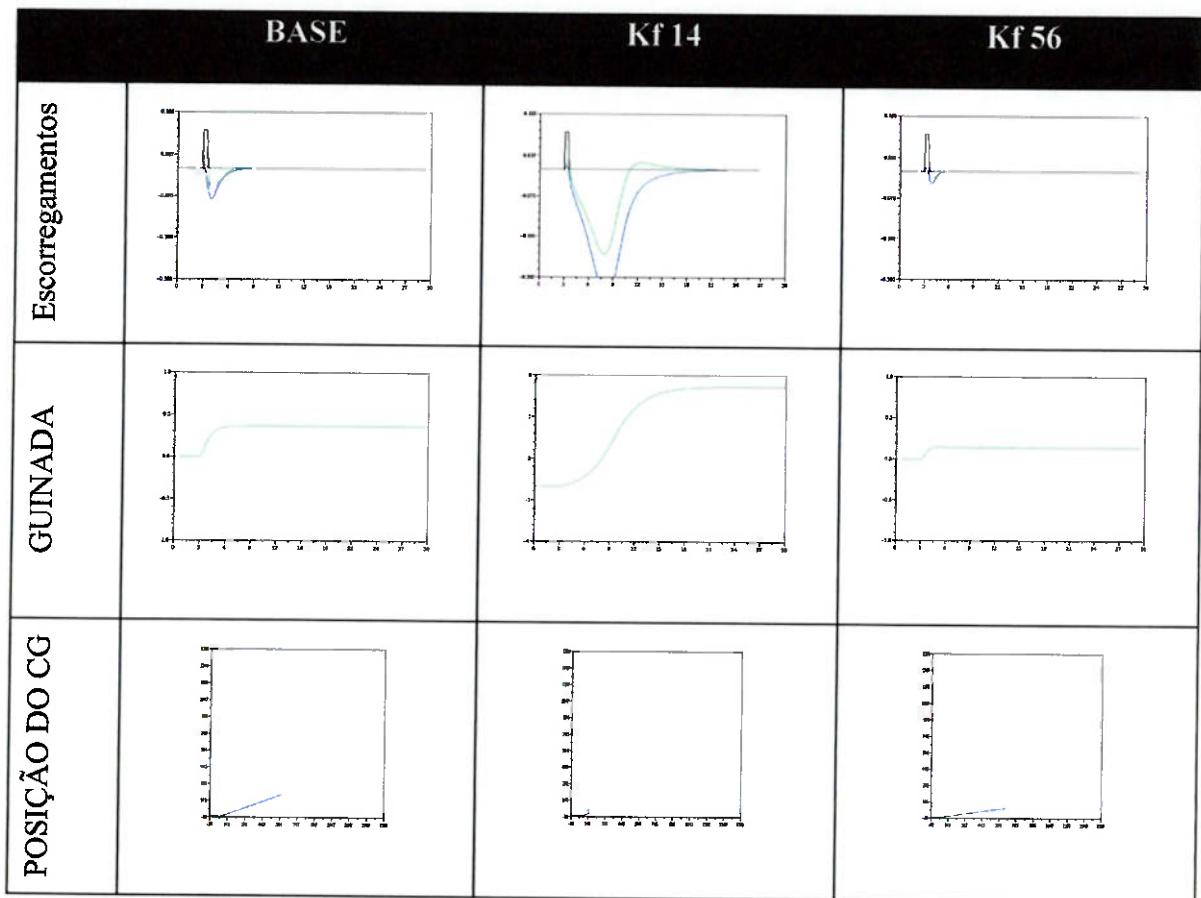
A modelagem das forças para o modelo faz a hipótese de atrito infinito entre os pneus e o solo, ou seja, o conjunto será capaz de desenvolver qualquer força.

Para a análise esse parâmetro foi variado conforme Tabela 5.

**Tabela 5 –Variação da Rigidez de Escorregamento Dianteira**

Grandeza	Unidades (SI)	BASE	K <sub>f</sub> 14	K <sub>f</sub> 56
m	kg	1000	1000	1000
I <sub>0</sub>	kg.m <sup>2</sup>	5000	5000	5000
K <sub>t</sub>	kN/rad	-28	-14	-56
K <sub>f</sub>	kN/rad	-28	-28	-28
a	m	1,5	1,5	1,5
b	m	1,5	1,5	1,5
V	m/s	22	22	22

Das simulações feitas para esses parâmetros obtivemos os gráficos apresentados na Figura 11.



**Figura 12 - Variação da Rigidez de Escorregamento do Pneu Dianteiro**

Com a variação do parâmetro nota-se uma grande influência no comportamento do veículo. A redução pela metade do K<sub>f</sub>, no gráfico de Escorregamentos, faz com que os escorregimentos aumentem muito. Isso é prejudicial à estabilidade do veículo pois o ângulo pode exceder o limite suportado pelo pneu e haver a perda de contato.

Além da variação do parâmetro em si, a mudança feita alterou o comportamento por tirar-lo de uma condição de esterçamento neutro e passá-lo para uma condição de sobre esterçamento.

Do gráfico de guinada nota-se que há um aumento desproporcional na variação do ângulo e no gráfico do posicionamento do CG.

#### 7.4 Rigidez Lateral Traseira ( $K_t$ )

Assim como o  $K_f$ , o  $K_t$  apresenta grande influência no comportamento dinâmico do veículo, pois ele muda a condição de esterçamento do veículo.

A variação segue a Tabela 6.

**Tabela 6 –Variação da Rigidez de Escorregamento Traseira**

Grandeza	Unidades (SI)	BASE	$K_t 14$	$K_t 56$
m	kg	1000	1000	1000
$I_0$	$kg \cdot m^2$	5000	5000	5000
$K_t$	kN/rad	-28	-28	-28
$K_f$	kN/rad	-28	-14	-56
a	m	1,5	1,5	1,5
b	m	1,5	1,5	1,5
V	m/s	22	22	22

Das simulações feitas para esses parâmetros obtivemos os gráficos apresentados na Figura 13.

Ao contrário do que acontece para a propriedade frontal, quando diminuímos o  $K_t$ , há uma tendência para diminuição dos ângulos de escorregamento. Nesse caso o veículo passa para uma condição de sub esterçamento, com tendência de perder o contato na traseira primeiro.

Os gráficos de guinada apresentam uma resposta coerente com a lógica, diminuindo  $K_t$  há uma diminuição no ângulo de guinada.

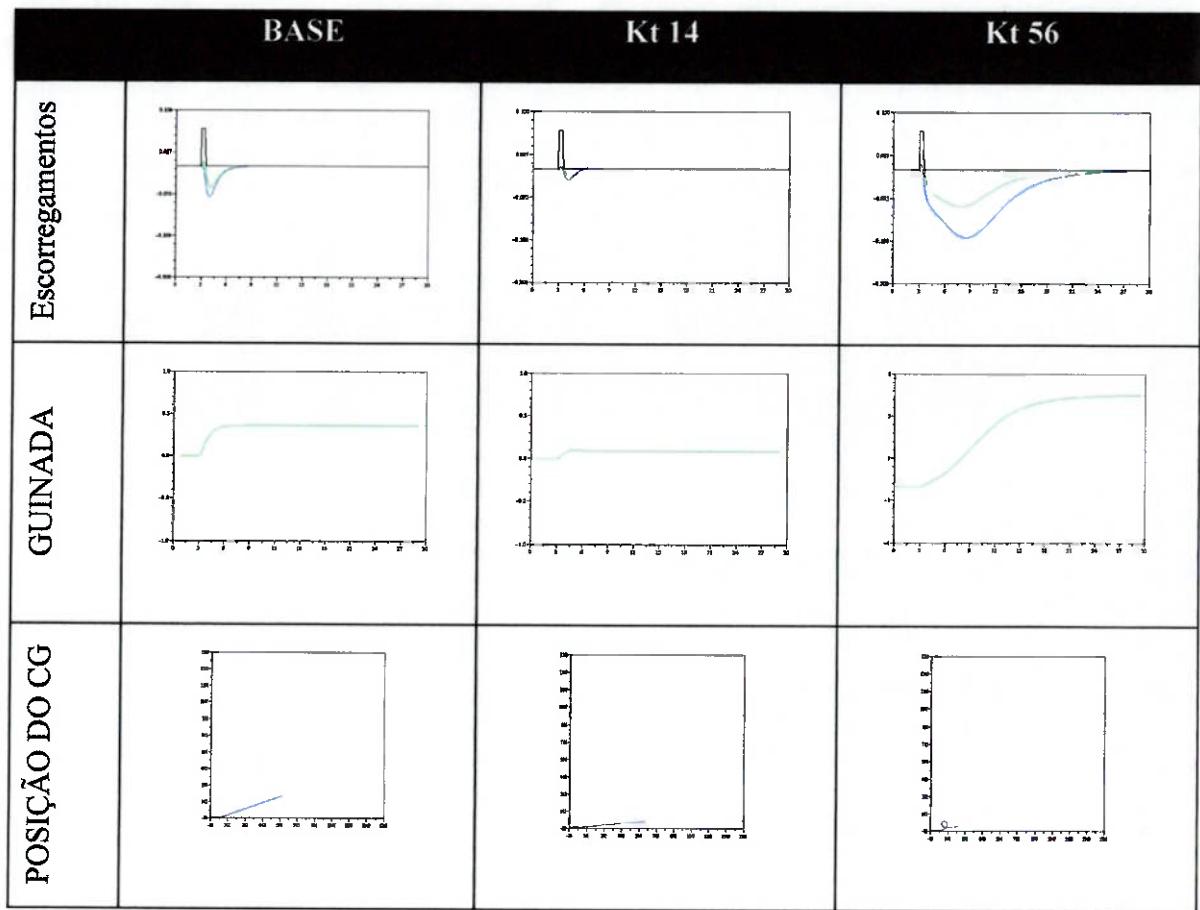


Figura 13 - Variação da Rigidez de Escorregamento do Pneu Traseiro

## 7.5 Posição do Centro de Massa (*a* e *b*)

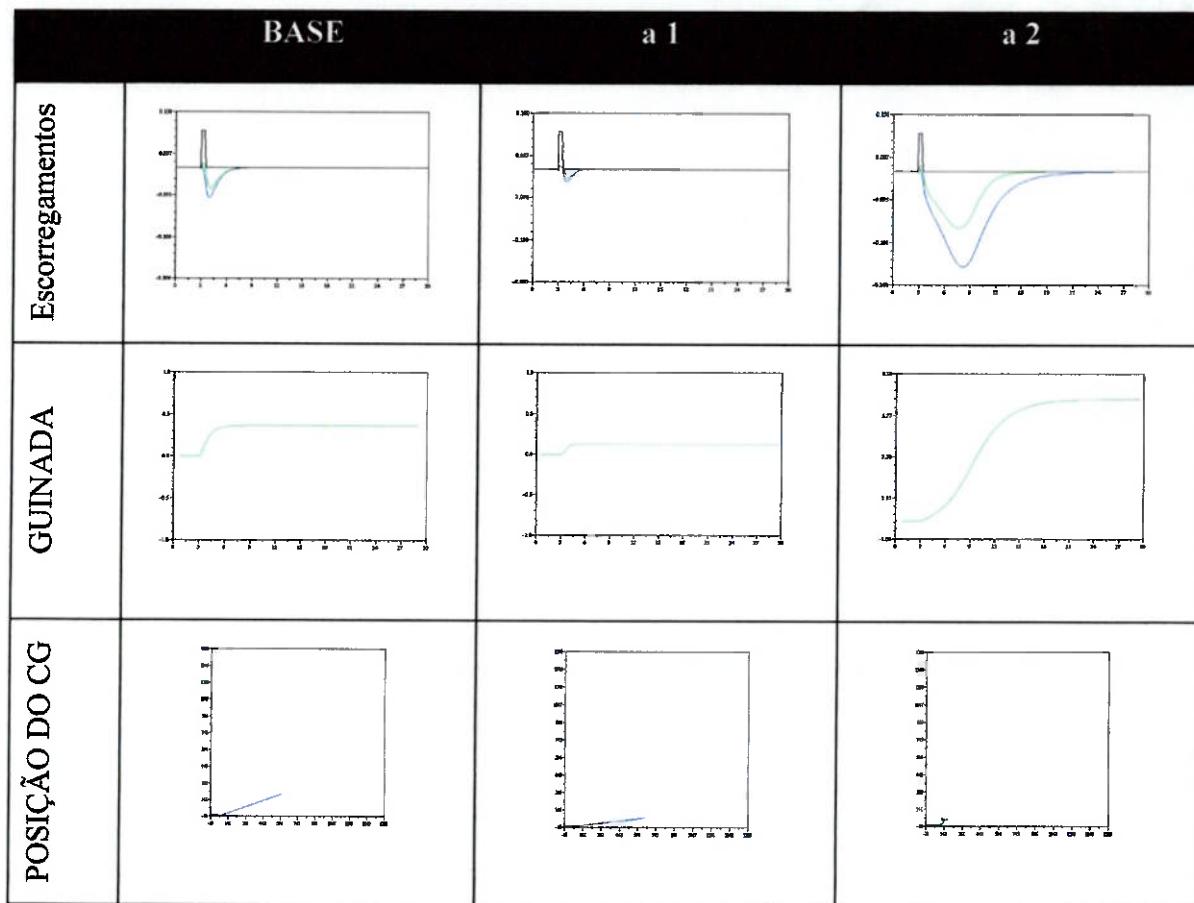
A posição do centro de massa, como a rigidez de escorregamento, influí no esterçamento do veículo. Dessa forma é um parâmetro de grande influência na dinâmica veicular.

Na Tabela 7 temos como foi variado esse parâmetro nas simulações.

**Tabela 7 –Variação dos Comprimentos e da Posição do Centro de Gravidade**

<b>Grandeza</b>	<b>Unidades (SI)</b>	<b>BASE</b>	<b>a 1</b>	<b>a 2</b>	<b>a 3</b>	<b>a 4</b>
m	kg	1000	1000	1000	1000	1000
$I_0$	$\text{kg} \cdot \text{m}^2$	5000	5000	5000	5000	5000
$K_t$	$\text{kN/rad}$	-28	-28	-28	-28	-28
$K_f$	$\text{kN/rad}$	-28	-28	-28	-28	-28
a	m	1,5	1	2	1	2
b	m	1,5	2	1	1	2
V	m/s	22	22	22	22	22

Os gráficos para esse parâmetro foram divididos em dois grupos, o primeiro apenas com a variação da proporção entre a e b, apresentado na Figura 14 , e o segundo com a variação no comprimento total, a + b, apresentado na Figura 15.

**Figura 14 – Variação a da Posição do CG**

Na variação da posição do CG há uma troca do comportamento do veículo pela variação no tipo de esterçamento. Em a1 o CG está na parte traseira do veículo, dessa

forma o veículo fica com sub esterçamento, os gráficos não são muito representativos do fenômeno, pois além de variar o CG há também uma variação na rigidez de escorregamento, que não foi considerada.

Porém, fazendo análises apenas qualitativas, pode-se notar que a configuração a2, sobre estercada, tende a apresentar maiores ângulos de escorregamento, ou seja, apresenta um desempenho pior que para as outras formas de esterçamento.

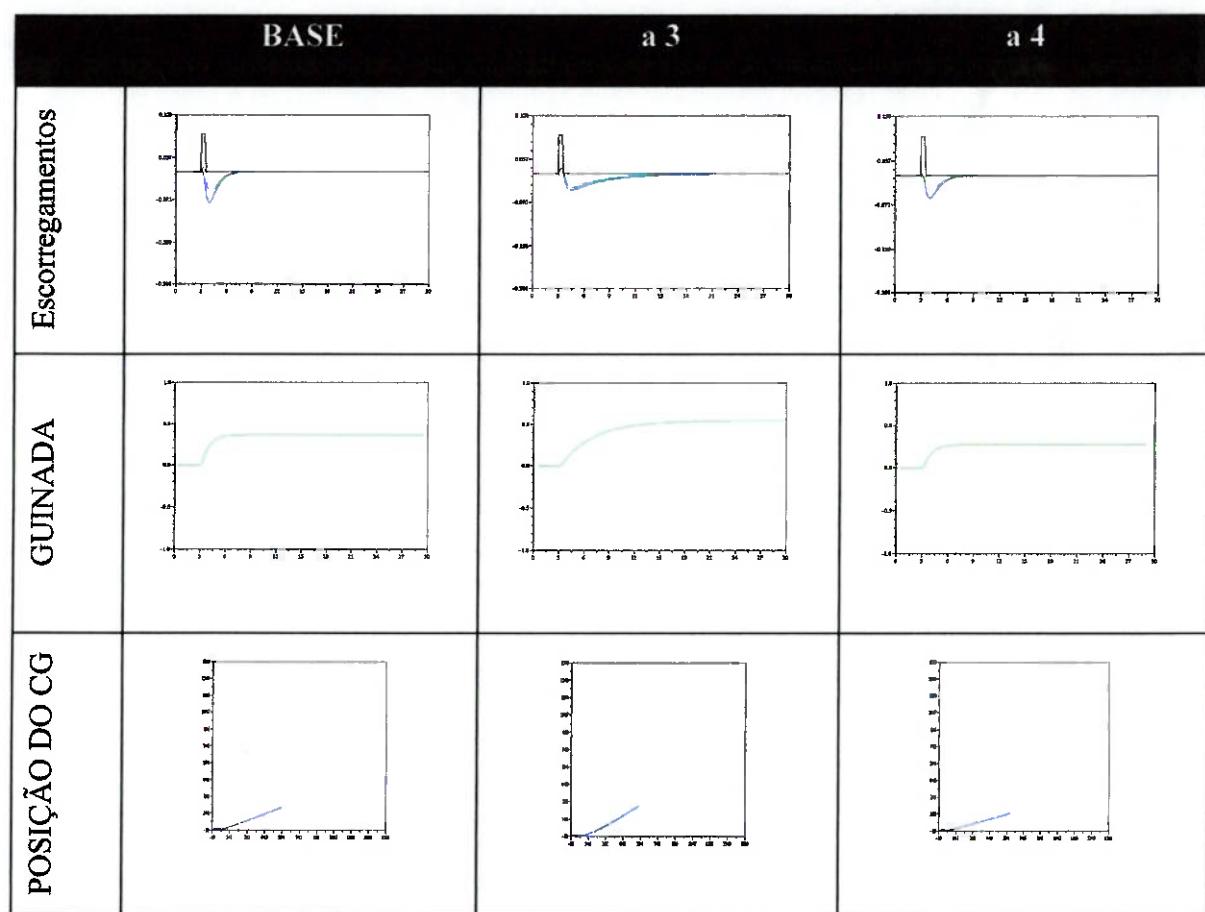


Figura 15 – Variação do Comprimento

A variação do comprimento do veículo pode ser analisada a partir da Figura 15. Com o aumento do comprimento o sistema fica mais rápido, estável e com um menor sobre sinal. Dos escorregamentos nota-se sua diminuição, tanto em tempo de retorno como em sobre sinal, com o aumento do comprimento entre eixos.

Do gráfico de guinada e da posição do CG pode-se notar a maior estabilidade do sistema.

## 7.6 Velocidade de Deslocamento ( $V$ )

A avaliação da variação da velocidade foi avaliada para dois casos diferentes, um para uma configuração de sobre esterçamento, condição “a” e outra para sub esterçamento, condição “b”.

**Tabela 8 –Variação da Velocidade Longitudinal**

Grandeza	Unidades (SI)	BASE	V 10a	V 30a	V 10b	V 30b
m	kg	1000	1000	1000	1000	1000
$I_0$	$\text{kg} \cdot \text{m}^2$	5000	5000	5000	5000	5000
$K_t$	$\text{kN}/\text{rad}$	-28	-28	-28	-28	-28
$K_f$	$\text{kN}/\text{rad}$	-28	-28	-28	-28	-28
a	m	1,5	1	1	2	2
b	m	1,5	2	2	1	1
V	m/s	22	10	30	10	30

Na Figura 16 temos a variação para a condição de sub esterçamento. É possível notar que com o aumento da velocidade há um aumento proporcional dos escorregamentos. Aumentando então a velocidade há uma maior dificuldade de se fazer curvas.

A comparação com os dados de base não é muito útil, pois os veículos estão em situações de esterçamento diferentes.

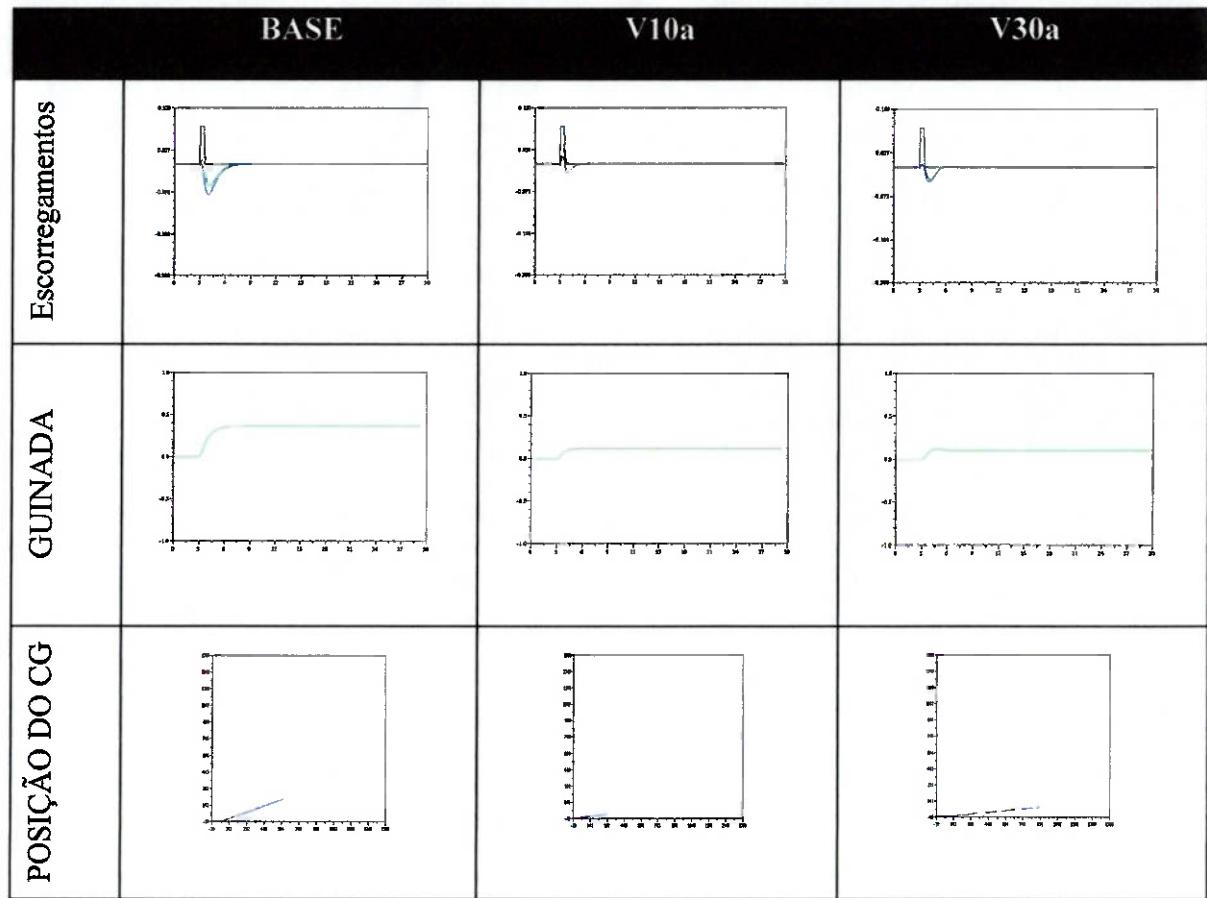
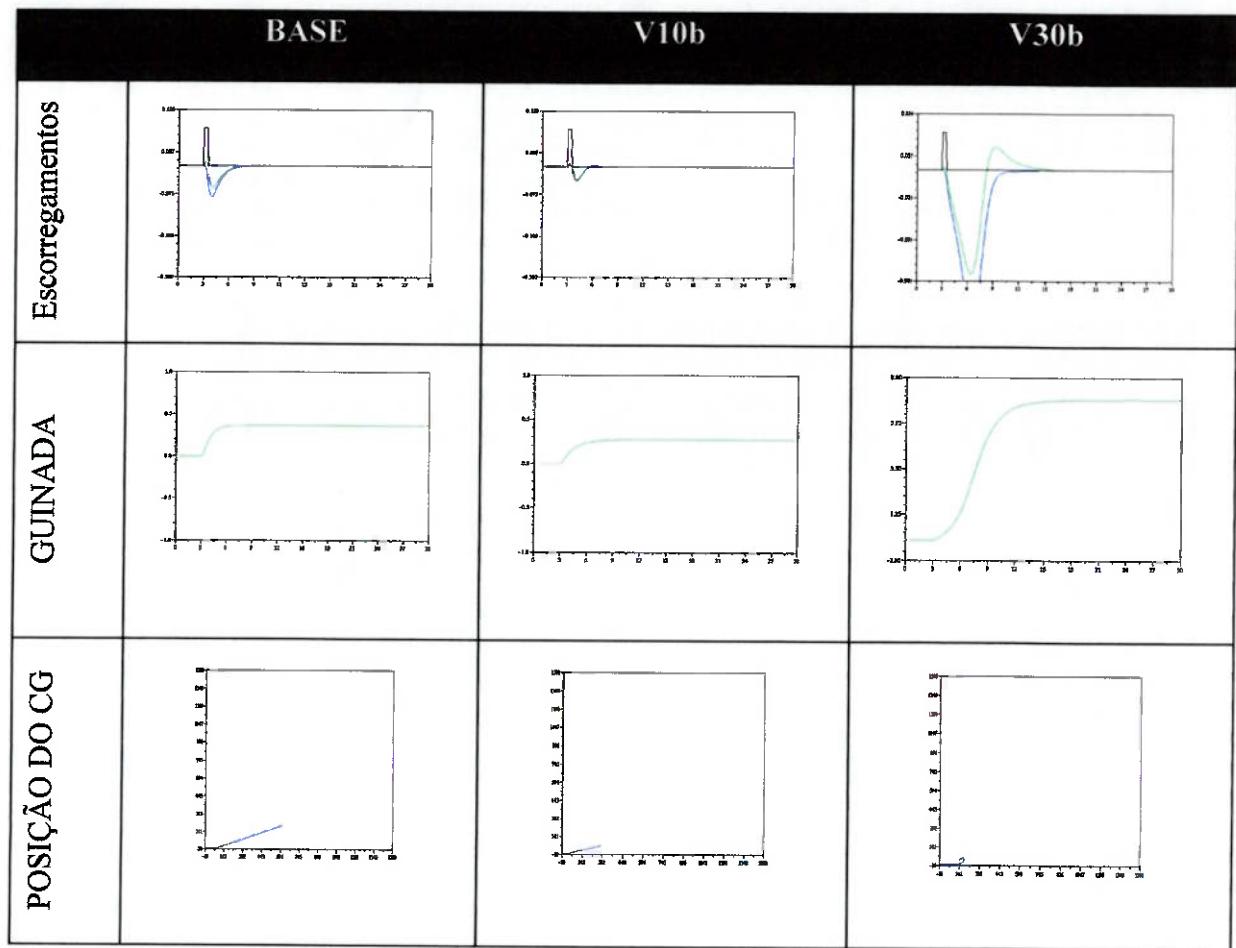


Figura 16 – Variação da Velocidade – Sub Esterçado

Na Figura 17 podemos avaliar as condições de veículos sobre esterçados, os resultados mais evidentes são referentes a variação desproporcional do escorregamento. Isso faz com que o veículo perca contato, capacidade de fazer curvas, em condições inferiores às outras condições de esterçamento. Por outro lado, aliada à essa desvantagem temos uma maior velocidade de resposta do veículo ao estímulo, que pode ser relevante para algumas aplicações.



**Figura 17 – Variação da Velocidade – Sobre Esterçado**

## 8 CONCLUSÕES

O modelo de bicicleta mesmo, com sua simplicidade, se mostrou uma ferramenta muito poderosa para o auxilio no entendimento da dinâmica lateral veicular. O seu uso serviu para reforçar alguns conceitos apresentados na literatura sobre essa dinâmica.

Entretanto, por ser um modelo linear ele apresenta algumas restrições, a aproximação funciona apenas para pequenos ângulos de escorregamento. Ainda assim foi possível realizar todas as simulações, e se extrair resultados esclarecedores no assunto.

## 9 SUGESTÕES PARA PRÓXIMOS TRABALHOS

Existe uma gama muito variada de estudos a serem feitos com a dinâmica horizontal. Mesmo o modelo de bicicleta, utilizado nesse trabalho ainda não foi totalmente explorado, dando margem para outras pesquisas na área ainda.

Com esse modelo mesmo os parâmetros poderiam ser avaliados em condições distintas de sobre e de sub esterçamento.

Existem também outros parâmetros a serem estudados que o modelo de bicicleta não é capaz de cobrir, como por exemplo, a influência da variação da bitola do veículo e da altura do centro de massa. Nesse caso seria necessário um desenvolvimento do modelo de forma a comportar esse tipo de análise.

Outro possível desenvolvimento é análise da variação conjunta de parâmetros simultaneamente, por exemplo, variando a massa e o momento de inércia ao mesmo tempo.

## 10 BIBLIOGRAFIA

- [1] MILLIKEN, W. F; MILLIKEN, D. L. **Race car vehicle dynamics.** Warrendale: SAE, 1997. 800p.
- [2] ELLIS, J.R. **Vehicle Dynamics.** Cranfield: London business books LTD, 1969. 244p.
- [3] GILLESPIE, T.D. **Fundamentals of vehicle dynamics.** Warrendale: SAE, 1992. 495p.
- [4] NIXON, J. C. **Tires, Suspension and Handling.** Warrendale: SAE, 1996. 621p.